

Information chiffrée : statistique bivariable

Fiche d'exercices — 1re ens. sci.

Difficulté : ★ application directe · ★★ standard · ★★★ approfondissement · ★★★★★ défi.

Un conseil : cherchez d'abord, le corrigé ensuite — c'est là que ça progresse.

Exercice 1 ★ Lire et compléter un tableau croisé

Notions : Tableau croisé d'effectifs et fréquences

Un lycée compte 600 élèves. L'intendance étudie le régime des élèves (demi-pensionnaire ou externe) selon leur niveau de classe (seconde, première ou terminale). Le tableau croisé d'effectifs ci-dessous, partiellement rempli, résume la situation.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Demi-pensionnaires	150	120	...	380
Externes	...	80	70	...
Total	220	...	180	600

1. Dans cette étude, quelle est la population ? Quels sont les deux caractères observés sur chaque individu ?
2. Que représente le nombre 150 ? Et le nombre 380 ? Répondre par une phrase pour chacun.
3. Recopier et compléter le tableau, en expliquant par un calcul comment on obtient chacune des quatre cases manquantes.
4. Répondre par lecture du tableau complété :
 - a. Combien d'élèves de terminale sont demi-pensionnaires ?
 - b. Combien le lycée compte-t-il d'élèves externes en tout ?
5. Dans quel niveau trouve-t-on le plus d'élèves externes ? Un élève affirme : « C'est normal, c'est le niveau qui compte le plus d'élèves. » A-t-il raison ? Justifier à l'aide du tableau.

Exercice 2 ★★ Fréquences marginales et conditionnelles

Notions : Tableau croisé d'effectifs et fréquences

Dans le cadre d'une enquête de santé publique, on a interrogé 500 adultes d'une même ville. Pour chaque personne, on a relevé deux caractères : pratique-t-elle une activité physique régulière (au moins 30 minutes par jour) ? Se déclare-t-elle en bonne santé ? Les résultats sont regroupés dans le tableau croisé suivant.

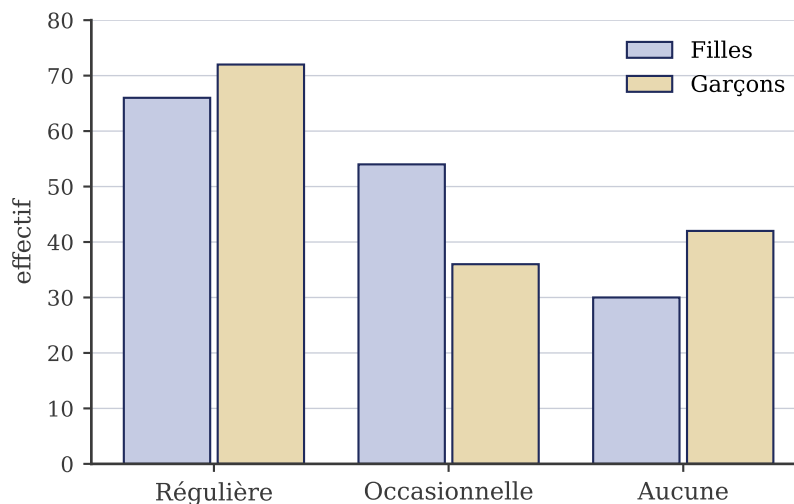
	Se déclarent en bonne santé	Ne se déclarent pas en bonne santé	Total
Activité physique régulière	160	40	200
Pas d'activité régulière	180	120	300
Total	340	160	500

1. Calculer la fréquence marginale des personnes qui pratiquent une activité physique régulière, puis celle des personnes qui se déclarent en bonne santé. Exprimer chaque fréquence en pourcentage et l'interpréter par une phrase.
2. Parmi les personnes qui pratiquent une activité physique régulière, quelle est la fréquence de celles qui se déclarent en bonne santé ? Même question parmi les personnes qui ne pratiquent pas d'activité régulière. Comparer ces deux fréquences conditionnelles par une phrase.
3. À partir de cette enquête, un site internet titre : « 80 % des personnes en bonne santé pratiquent une activité physique régulière. » Ce titre est-il correct ? Justifier par un calcul et, si nécessaire, proposer un titre exact.
4. Ces données suffisent-elles à affirmer que l'activité physique régulière est la *cause* de la bonne santé ? Répondre en quelques phrases.

Exercice 3 ★ Du diagramme en barres au tableau croisé

Notions : Diagrammes en barres et circulaires, Tableau croisé d'effectifs et fréquences

Une enquête sur la pratique sportive a été menée auprès des 300 élèves de seconde d'un lycée : 150 filles et 150 garçons. Chaque élève a déclaré une pratique sportive « régulière », « occasionnelle » ou « aucune ». Les résultats sont représentés par le diagramme en barres groupées ci-dessous.



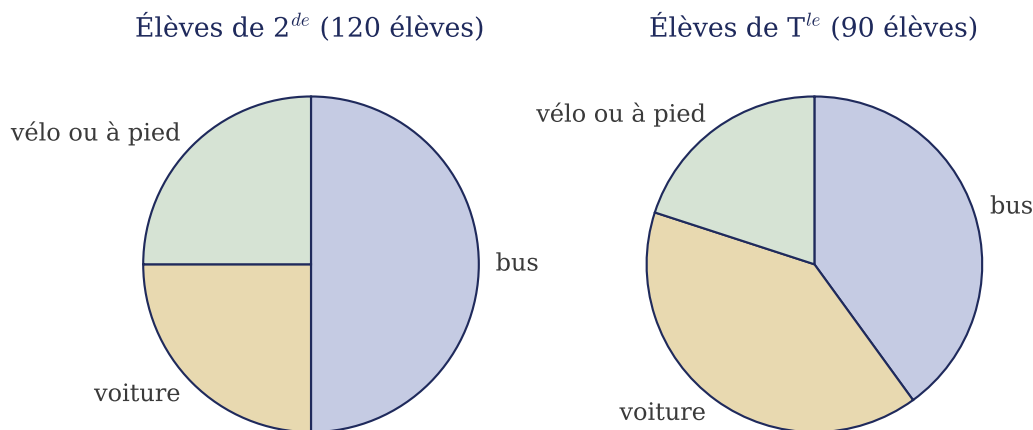
On sait que les six effectifs représentés sont, dans le désordre : 30, 36, 42, 54, 66 et 72.

1. À l'aide du quadrillage, associer chaque barre du diagramme à son effectif. On expliquera par exemple comment distinguer les deux barres de la catégorie « Régulière ».
2. Reconstruire le tableau croisé d'effectifs de l'enquête, avec sa ligne et sa colonne « Total ». Vérifier que l'on retrouve bien 150 filles, 150 garçons et 300 élèves.
3. Calculer, en pourcentage :
 - a. la fréquence marginale des élèves sans aucune pratique sportive ;
 - b. parmi les filles, la fréquence de la pratique régulière ;
 - c. parmi les garçons, la fréquence de la pratique régulière.
4. Un journaliste du lycée conclut : « Les garçons sont plus sportifs que les filles. » À l'aide du diagramme ou du tableau, expliquer pourquoi cette conclusion mérite d'être nuancée.

Exercice 4 ★★ Comparer deux diagrammes circulaires

Notions : Diagrammes en barres et circulaires

On a demandé aux élèves de seconde et de terminale d'un lycée leur principal moyen de transport pour venir en cours : « bus », « voiture » ou « vélo ou à pied ». Les réponses des 120 élèves de seconde et des 90 élèves de terminale sont représentées par les deux diagrammes circulaires ci-dessous, sur lesquels les effectifs ne sont pas indiqués.



1. Sur le diagramme des élèves de seconde, le secteur « bus » occupe la moitié du disque, et les secteurs « voiture » et « vélo ou à pied » un quart chacun. En déduire l'effectif correspondant à chaque moyen de transport chez les élèves de seconde.
2. Pour les élèves de terminale, on dispose du tableau d'effectifs suivant :

Moyen de transport	Bus	Voiture	Vélo ou à pied
Effectif	36	36	18

- a. Calculer la proportion, en pourcentage, de chaque moyen de transport chez les élèves de terminale.
 - b. Expliquer pourquoi ces proportions sont cohérentes avec le diagramme des terminales.
3. Calculer l'angle du secteur « vélo ou à pied » du diagramme des terminales, puis celui du secteur « bus » du diagramme des secondes.
 4. Un élève affirme : « Le secteur «voiture» des terminales est bien plus grand que celui des secondes : il y a donc beaucoup plus d'élèves de terminale que de seconde qui viennent en voiture. » Que penser de cette affirmation ? Justifier en comparant à la fois les proportions et les effectifs.
 5. Dans quel niveau la proportion d'élèves venant à vélo ou à pied est-elle la plus élevée ? Écrire une phrase de comparaison qui précise bien les deux proportions.

Exercice 5 ★ Construire un nuage de points

Notions : Nuage de points

Dans le cadre d'une étude sur le sommeil, huit adolescents ont noté leur temps d'écran quotidien x (en heures par jour) et leur durée moyenne de sommeil y (en heures par nuit). Voici les résultats :

Temps d'écran x (h/jour)	1	2	2	3	4	5	6	7
Sommeil y (h/nuit)	9,5	9	8,5	8,5	8	7,5	7	6,5

1. On veut représenter cette série par un nuage de points. Proposer un repère adapté : quelle grandeur placer en abscisse, quelle grandeur en ordonnée, et quelles graduations choisir sur chaque axe ? On expliquera pourquoi il est inutile de faire commencer l'axe des ordonnées à 0.
2. Construire le nuage de points sur papier quadrillé. Combien de points le nuage compte-t-il ?
3. Deux adolescents de l'étude passent exactement 2 heures par jour devant un écran. Comment cela se traduit-il sur le nuage ?
4. Décrire la tendance du nuage : que semble-t-il se passer pour la durée de sommeil lorsque le temps d'écran augmente ?
5. Une élève conclut : « Ce graphique prouve que les écrans font perdre du sommeil. » Expliquer en quelques phrases pourquoi cette conclusion est trop rapide.

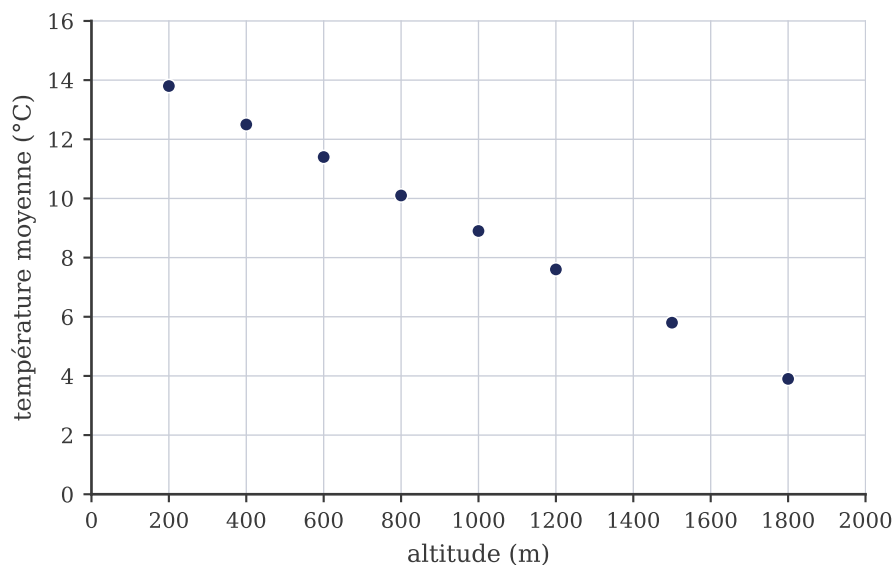
Exercice 6 ★ Décrire un nuage de points

Notions : Nuage de points

Huit stations météo d'un même massif montagneux ont relevé leur température moyenne annuelle. Le tableau ci-dessous donne, pour chaque station, son altitude x (en mètres) et sa température moyenne annuelle y (en °C).

Altitude x (m)	200	400	600	800	1 000	1 200	1 500	1 800
Température y (°C)	13,8	12,5	11,4	10,1	8,9	7,6	5,8	3,9

Le nuage de points correspondant est représenté ci-dessous.



- Dans cette série, les deux caractères observés sont-ils qualitatifs ou quantitatifs ? Expliquer pourquoi un nuage de points est ici mieux adapté qu'un tableau croisé d'effectifs.
- Répondre par lecture graphique :
 - Quelle est la température moyenne annuelle de la station située à 800 m d'altitude ?
 - À quelle altitude se trouve la station dont la température moyenne annuelle est 5,8 °C ?
- Décrire la tendance du nuage par une phrase : que se passe-t-il pour la température lorsque l'altitude augmente ?
- De combien la température moyenne baisse-t-elle, environ, quand on monte de 400 m ? On appuiera la réponse sur au moins deux exemples pris dans le tableau.
- Un bulletin météo affirme : « En montagne, on perd environ 6 °C chaque fois que l'on s'élève de 1 000 m. » Ces données confirment-elles cet ordre de grandeur ? Justifier par un calcul.

Exercice 7 ★ Calculer les coordonnées du point moyen

Notions : Point moyen

Le propriétaire d'un panneau solaire a relevé, pendant six journées, la durée d'ensoleillement x (en heures) et l'énergie électrique produite par le panneau y (en kWh).

Ensoleillement x (h)	2	4	5	7	8	10
Production y (kWh)	4	7	9	12	13	15

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ des durées d'ensoleillement, en détaillant le calcul.
2. Calculer la moyenne $\bar{y}$ des productions, en détaillant le calcul.
3. En déduire les coordonnées du point moyen G du nuage de points associé à cette série.
4. Le point G correspond-il à l'une des six journées relevées ? Justifier.
5. Interpréter les coordonnées de G par une phrase dans le contexte de l'exercice.

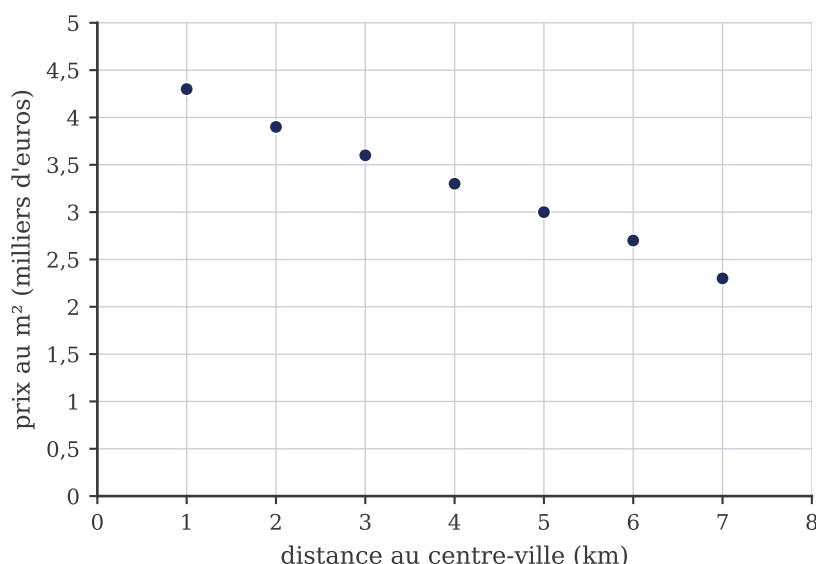
Exercice 8 ★★ Le point moyen dans le nuage

Notions : Nuage de points, Point moyen

Une agence immobilière étudie sept appartements comparables d'une même ville. Pour chacun, elle relève la distance au centre-ville x (en km) et le prix de vente au m^2 y (en milliers d'euros).

Distance x (km)	1	2	3	4	5	6	7
Prix au m^2 y (milliers d'euros)	4,3	3,9	3,6	3,3	3,0	2,7	2,3

Le nuage de points correspondant est représenté ci-dessous.



1. Décrire la tendance du nuage, puis l'interpréter par une phrase dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage, en détaillant les deux calculs de moyenne.
3. Reproduire le graphique et y placer le point G .
4. Que remarque-t-on sur la position de G par rapport aux points du nuage ? Cette situation se produit-elle pour tous les nuages de points ? Justifier, par exemple à l'aide d'un nuage de deux points de son choix.
5. **a.** Exprimer en euros le prix moyen au m^2 des sept appartements, puis interpréter les coordonnées de G par une phrase.
b. Une famille dispose d'un budget maximal de 3 000 € par m^2 . D'après cette série, quels appartements peut-elle envisager ?

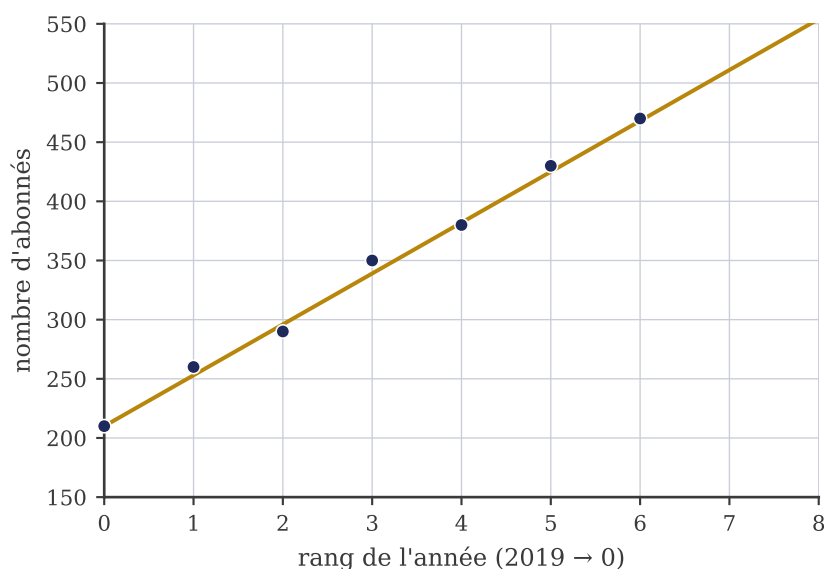
Exercice 9 ★★ Un ajustement au jugé

Notions : Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés), Interpolation et extrapolation

Une salle de sport a relevé son nombre d'abonnés chaque année, de 2019 à 2025. On note x le rang de l'année (l'année 2019 correspond à $x = 0$) et y le nombre d'abonnés.

Année	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Rang x	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnés y	210	260	290	350	380	430	470

On a représenté le nuage de points ci-dessous, puis tracé **au jugé** (à la règle, « à l'œil ») une droite d'ajustement $\mathcal{D}$. Cette droite passe par les points $A(0; 210)$ et $B(5; 425)$.

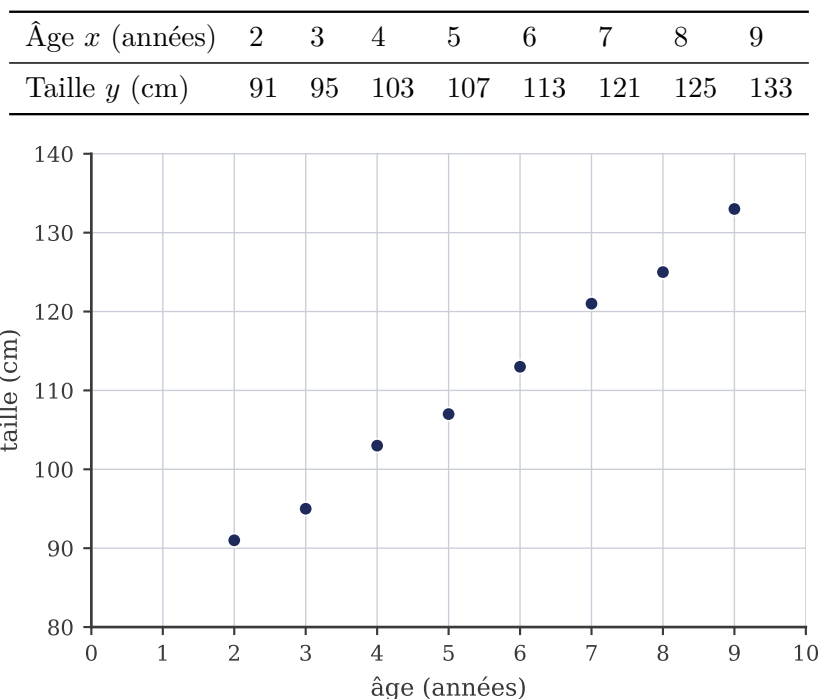


1. Vérifier sur le graphique que la droite $\mathcal{D}$ passe près de tous les points du nuage. Pourquoi peut-on dire qu'un ajustement affine est pertinent ici ?
2. À l'aide des points A et B , calculer le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$, puis donner son ordonnée à l'origine. En déduire l'équation réduite de $\mathcal{D}$.
3. Interpréter le coefficient directeur dans le contexte de l'exercice.
4. En utilisant l'équation de $\mathcal{D}$, estimer le nombre d'abonnés de la salle en 2027.
5. Cette estimation est-elle une **interpolation** ou une **extrapolation** ? Est-elle fiable ? Justifier.

Exercice 10 ★★★ La droite de Mayer

Notions : Point moyen, Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés)

On a relevé la taille d'un enfant à chaque anniversaire, de ses 2 ans à ses 9 ans. On note x l'âge (en années) et y la taille (en cm).



Pour ajuster ce nuage par une droite, on utilise la **méthode de Mayer** : on partage le nuage, rangé dans l'ordre des x croissants, en deux moitiés, on calcule le point moyen de chaque moitié, puis on trace la droite passant par ces deux points.

1. On partage le nuage en deux moitiés : les 4 premiers points d'un côté, les 4 derniers de l'autre. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des 4 premiers points, puis celles du point moyen G_2 des 4 derniers points.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (G_1G_2) , appelée **droite de Mayer** du nuage.
3. Interpréter le coefficient directeur de cette droite dans le contexte de l'exercice.
4. À l'aide de ce modèle, estimer la taille de l'enfant à 10 ans.
5. Que prévoit ce modèle pour la taille de cette personne à 30 ans ? Expliquer pourquoi ce résultat est absurde et quel enseignement on peut en tirer sur l'utilisation d'un ajustement affine.

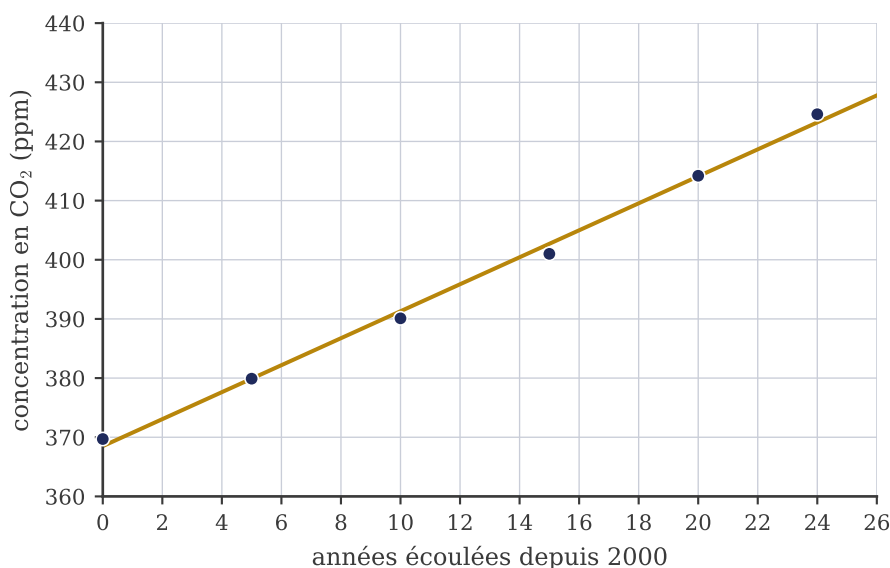
Exercice 11 ★★ La droite des moindres carrés au tableur

Notions : Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés), Interpolation et extrapolation

L'observatoire de Mauna Loa (Hawaï) mesure depuis des décennies la concentration de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère, en parties par million (ppm). Le tableau donne quelques relevés ; on note x le nombre d'années écoulées depuis 2000 et y la concentration en ppm.

Année	2000	2005	2010	2015	2020	2024
Années écoulées x	0	5	10	15	20	24
Concentration y (ppm)	369,7	379,9	390,1	401,0	414,2	424,6

On saisit ces données dans un tableur et on demande une **courbe de tendance** linéaire. Le tableur affiche la droite d'équation $y = 2,28x + 368,5$, appelée **droite des moindres carrés**.



1. Que représente cette droite pour le nuage de points ? Faut-il connaître une formule pour l'obtenir ?
2. Interpréter le coefficient directeur de cette droite dans le contexte de l'exercice.
3. Aucun relevé n'a été fait en 2012. Estimer la concentration de CO_2 cette année-là à l'aide du modèle.
4. Estimer de la même façon la concentration de CO_2 en 2035.
5. Parmi les deux estimations précédentes, dire laquelle est une interpolation et laquelle est une extrapolation. Laquelle est la plus fiable ? Justifier.
6. **Question d'ouverture.** Que suppose-t-on sur les émissions mondiales de CO_2 lorsqu'on utilise cette extrapolation jusqu'en 2035 ?

Exercice 12 ★★ Interpoler ou extrapoler ?

Notions : Interpolation et extrapolation

La population d'une commune est relevée à chaque recensement. On note x le nombre d'années écoulées depuis 2006 et y le nombre d'habitants.

Année	2006	2011	2016	2021
Années écoulées x	0	5	10	15
Population y (habitants)	4 200	4 450	4 720	4 980

Le nuage de points étant presque rectiligne, on l'ajuste par la droite $\mathcal{D}$ d'équation :

$$y = 52x + 4\,190$$

1. Vérifier que la droite $\mathcal{D}$ est un ajustement raisonnable : calculer la valeur donnée par le modèle pour $x = 5$ et la comparer au relevé de 2011.
2. À l'aide du modèle, estimer la population de la commune pour chacune des années suivantes :
a. 2009 ; **b.** 2019 ; **c.** 2023 ; **d.** 2040.
3. Pour chacune de ces quatre estimations, dire s'il s'agit d'une **interpolation** ou d'une **extrapolation**. Justifier à l'aide de la plage des données.
4. Classer ces quatre estimations de la **plus fiable** à la **moins fiable**, en justifiant le classement.

Exercice 13 ★★★ Vrai ou faux : ajustements et prévisions

Notions : Tableau croisé d'effectifs et fréquences, Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés), Interpolation et extrapolation

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est **vraie** ou **fausse**. Chaque réponse doit être **justifiée** : par un argument court si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple chiffré si elle est fausse.

- a. « Le point moyen d'un nuage de points est toujours l'un des points du nuage. »
- b. Dans un lycée de 100 élèves, on croise le caractère « fait du théâtre » avec le caractère « fille / garçon » :

	Théâtre	Pas de théâtre	Total
Filles	15	45	60
Garçons	5	35	40
Total	20	80	100

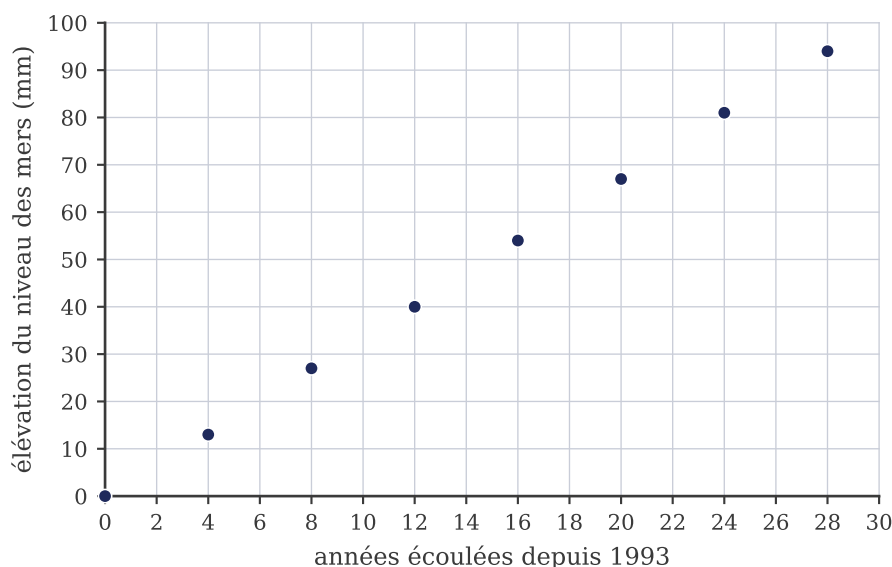
- « 75 % des élèves qui font du théâtre sont des filles, donc 75 % des filles font du théâtre. »
- c. « Si deux grandeurs évoluent ensemble (quand l'une augmente, l'autre augmente aussi), alors l'une est forcément la cause de l'autre. »
- d. « Une estimation faite à l'intérieur de la plage des données observées (interpolation) est en général plus fiable qu'une estimation faite au-delà de cette plage (extrapolation). »
- e. « La droite de Mayer d'un nuage de points passe par les deux points moyens partiels G_1 et G_2 . »

Exercice 14 ★★★ Synthèse : la montée du niveau des mers

Notions : Nuage de points, Point moyen, Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés), Interpolation et extrapolation

Depuis 1993, des satellites mesurent l'élévation du niveau moyen des mers. Le tableau donne l'élévation y (en mm, par rapport au niveau de 1993) en fonction du nombre x d'années écoulées depuis 1993.

Années écoulées x	0	4	8	12	16	20	24	28
Élévation y (mm)	0	13	27	40	54	67	81	94



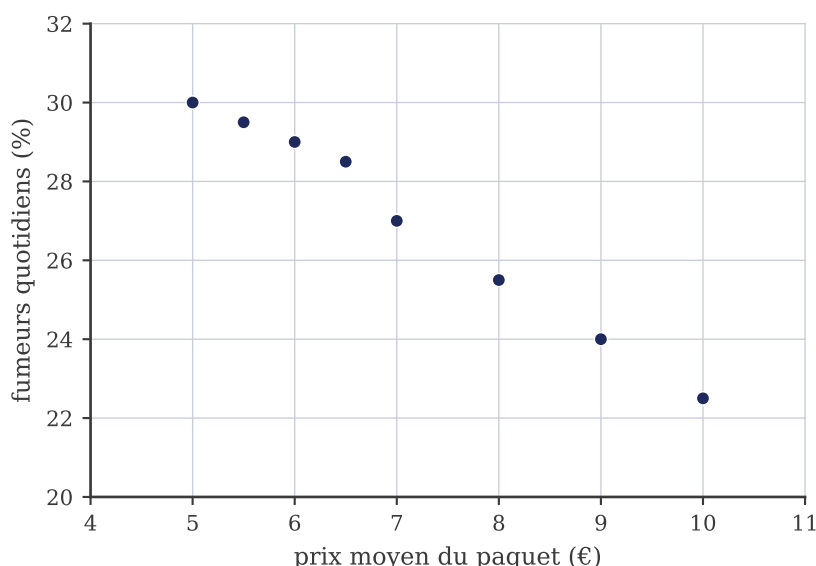
1. Décrire la forme du nuage de points. Un ajustement affine paraît-il adapté ?
2. On utilise la méthode de Mayer. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des 4 premiers points, puis celles du point moyen G_2 des 4 derniers points.
3. Déterminer l'équation réduite de la droite (G_1G_2) .
4. Interpréter le coefficient directeur de cette droite dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de ce modèle, estimer l'élévation du niveau des mers en 2050 par rapport à 1993. Exprimer le résultat en mm puis en cm. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?
6. **Question critique.** Les mesures les plus récentes montrent que la montée du niveau des mers **s'accélère** (elle est de plus en plus rapide). L'estimation de la question 5, obtenue avec un modèle affine, est-elle alors plutôt optimiste ou plutôt pessimiste ? Justifier.

Exercice 15 ★★★★★ Synthèse : prix du tabac et tabagisme

Notions : Nuage de points, Point moyen, Ajustement affine (au jugé, Mayer, moindres carrés), Interpolation et extrapolation

Dans un pays, on a relevé sur 8 années le prix moyen x du paquet de cigarettes (en euros) et la proportion y de fumeurs quotidiens dans la population adulte (en %).

Prix du paquet x (€)	5	5,5	6	6,5	7	8	9	10
Fumeurs quotidiens y (%)	30	29,5	29	28,5	27	25,5	24	22,5



Un tableur fournit la droite des moindres carrés associée à ce nuage : $y = -1,57x + 38,2$.

1. Décrire le lien apparent entre les deux caractères étudiés sur cette population.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.
3. Vérifier par le calcul que la droite des moindres carrés passe très près du point G .
4. Interpréter le coefficient directeur de la droite dans le contexte de l'exercice.
5. Estimer la proportion de fumeurs quotidiens pour un prix du paquet de 7,50 €. Interpolation ou extrapolation ?
6. Estimer de même la proportion de fumeurs pour un prix de 15 €. Pourquoi cette estimation doit-elle être considérée avec beaucoup de prudence ? Donner au moins deux raisons concrètes.
7. Résoudre l'inéquation $-1,57x + 38,2 < 20$. Interpréter le résultat, puis commenter la portée de cette prédiction.
8. **Esprit critique.** Ce lien apparent entre prix et tabagisme prouve-t-il que la hausse du prix **cause** la baisse du tabagisme ? Citer d'autres facteurs qui ont pu jouer sur la même période.