

Suites arithmétiques et fonctions affines

Fiche d'exercices — 1re ens. sci.

Difficulté : ★ application directe · ★★ standard · ★★★ approfondissement · ★★★★★ défi.

Un conseil : cherchez d'abord, le corrigé ensuite — c'est là que ça progresse.

Exercice 1 ★ Reconnaître une suite arithmétique

Notions : Suite arithmétique : définition par récurrence

Pour chacune des situations suivantes, dire si la suite est arithmétique. Si oui, donner sa raison ; sinon, expliquer pourquoi. Justifier dans chaque cas en calculant les différences entre termes consécutifs.

Voici les premiers termes de trois suites de nombres :

a. 5 ; 8 ; 11 ; 14

b. 1 ; 2 ; 4 ; 8

c. 20 ; 17,5 ; 15 ; 12,5

d. La suite u est définie par $u(0) = 10$ et, pour tout entier naturel n , $u(n+1) = u(n) - 4$.

e. La suite v est définie par $v(0) = 1$ et, pour tout entier naturel n , $v(n+1) = 2v(n) + 1$. On pourra commencer par calculer $v(1)$ et $v(2)$.

Exercice 2 ★ Calculer des termes de proche en proche

Notions : Suite arithmétique : définition par récurrence

1. La suite u est définie par $u(0) = 3$ et, pour tout entier naturel n , $u(n+1) = u(n) + 5$. Calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.
2. La suite v est définie par $v(1) = 8$ et, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $v(n+1) = v(n) - 2$. Calculer $v(2)$, $v(3)$ et $v(4)$.
3. Les suites u et v sont-elles arithmétiques ? Si oui, préciser leur raison.

Exercice 3 ★ Utiliser la formule du terme de rang n Notions : Terme de rang n (formule explicite)

1. La suite u est arithmétique de premier terme $u(0) = 7$ et de raison 4.
 - a. Exprimer $u(n)$ en fonction de n .
 - b. Calculer $u(10)$ et $u(25)$.
2. La suite w est définie, pour tout entier naturel n , par $w(n) = 5 + 3n$.
 - a. Donner $w(0)$ et la raison de cette suite arithmétique.
 - b. Calculer $w(12)$.
3. Existe-t-il un rang n tel que $w(n) = 92$? Justifier par un calcul.

Exercice 4 ★ Discret ou continu ?

Notions : Reconnaître une croissance linéaire (discret / continu)

Pour chacune des situations suivantes, répondre aux trois questions :

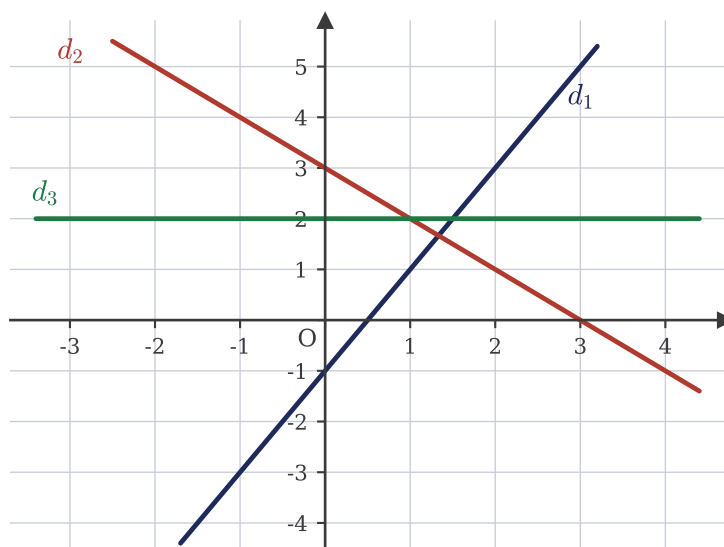
- la grandeur étudiée est-elle **discrète** (elle évolue par paliers, valeur par valeur) ou **continue** (elle peut prendre toutes les valeurs intermédiaires) ?
- l'évolution est-elle **linéaire**, c'est-à-dire avec un accroissement constant ?
- lorsque c'est possible, proposer un modèle : une suite arithmétique (préciser le premier terme et la raison) ou une fonction affine (donner son expression).

- a. Le nombre d'adhérents d'un club de sport augmente de 12 chaque année. En 2026, le club compte 180 adhérents. On étudie le nombre d'adhérents n années après 2026.
- b. Pendant le remplissage d'une piscine, la hauteur d'eau monte de 1,5 cm par heure. Au début du remplissage, la hauteur d'eau est de 20 cm. On étudie la hauteur d'eau (en cm) en fonction du temps écoulé (en heures).
- c. Un capital placé sur un compte double chaque année. On étudie le capital au bout de n années.
- d. Une course de taxi coûte 2,60 € de prise en charge, plus 1,80 € par kilomètre parcouru. On étudie le prix de la course (en €) en fonction de la distance parcourue (en km).

Exercice 5 ★ Lire des équations de droites

Notions : Fonctions affines : coefficient directeur et variations, Représentations graphiques (points alignés, droites)

On a tracé trois droites d_1 , d_2 et d_3 dans un repère.



1. Pour chacune des trois droites, lire graphiquement l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.
2. En déduire l'équation réduite de chacune des trois droites.
3. Chaque droite représente une fonction affine. Donner le sens de variation de chacune de ces fonctions, en justifiant par le signe du coefficient directeur.

Exercice 6 ★★ Un placement à intérêts simples

Notions : Suite arithmétique : définition par récurrence, Terme de rang n (formule explicite)

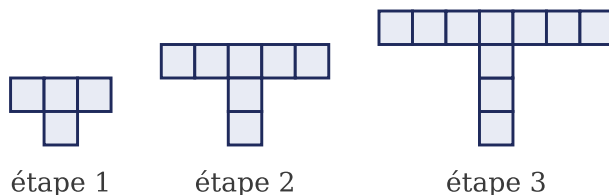
On place 800 € sur un livret à **intérêts simples** : chaque année, la banque verse des intérêts égaux à 3 % du capital **initial**, soit 24 € par an. On note $u(n)$ le capital total, en euros, au bout de n années.

1. Justifier que $u(0) = 800$, puis calculer $u(1)$ et $u(2)$.
2. Exprimer $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$. Quelle est la nature de la suite u ?
3. Exprimer $u(n)$ en fonction de n .
4. Quel est le capital disponible au bout de 10 ans ?
5. Expliquer pourquoi un placement à intérêts simples produit une croissance linéaire du capital.

Exercice 7 ★★ Des motifs en T

Notions : Reconnaître une croissance linéaire (discret / continu), Terme de rang n (formule explicite)

On construit des motifs en forme de T avec des carrés identiques. À chaque étape, le motif est formé d'une barre horizontale surmontant une colonne centrale, et il grandit selon une règle régulière.



On note $t(n)$ le nombre de carrés du motif de l'étape n .

1. Compter le nombre de carrés des motifs des étapes 1, 2 et 3.
2. Combien de carrés supplémentaires faut-il pour passer d'une étape à la suivante ? En déduire la nature de la suite t .
3. À l'étape n , la barre horizontale compte $2n+1$ carrés et la colonne centrale en compte n . Justifier, à partir de cette construction, que $t(n) = 3n + 1$.
4. Combien de carrés compte le motif de l'étape 25 ?
5. Existe-t-il une étape dont le motif compte exactement 100 carrés ? Justifier par un calcul.

Exercice 8 ★★ Croissante ou décroissante ?

Notions : Sens de variation d'une suite arithmétique

1. Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes, en justifiant par le signe de la raison :
 - a. la suite u définie, pour tout entier naturel n , par $u(n) = 12 - 5n$;
 - b. la suite v définie par $v(0) = -3$ et, pour tout entier naturel n , $v(n+1) = v(n) + 0,5$;
 - c. la suite w définie, pour tout entier naturel n , par $w(n) = 4n - 9$.
2. La suite t est définie, pour tout entier naturel n , par $t(n) = n^2$. Calculer $t(1) - t(0)$ et $t(2) - t(1)$. La suite t est-elle arithmétique ? Peut-on utiliser le signe de la raison pour donner son sens de variation ?

Exercice 9 ★★ Degrés Celsius et degrés Fahrenheit

Notions : Fonctions affines : coefficient directeur et variations

Aux États-Unis, les températures sont exprimées en degrés Fahrenheit (°F). La température F en degrés Fahrenheit s'obtient à partir de la température x en degrés Celsius (°C) grâce à la fonction affine définie par :

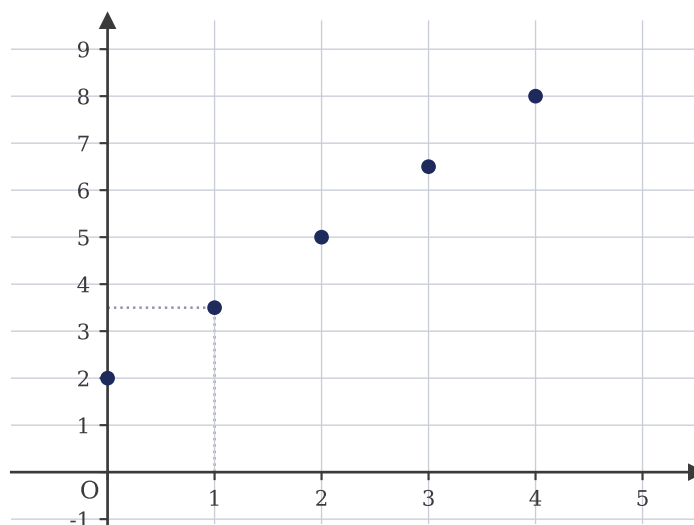
$$F(x) = 1,8x + 32$$

1. Convertir en degrés Fahrenheit les températures de 20 °C et de 100 °C.
2. Aux États-Unis, la température corporelle de référence est 98,6 °F. Retrouver la valeur correspondante en degrés Celsius en résolvant une équation.
3. Interpréter concrètement le coefficient directeur 1,8 de la fonction F .
4. Vrai ou faux ? Justifier : « si la température en degrés Celsius double, alors la température en degrés Fahrenheit double aussi ».

Exercice 10 ★★ Lire la représentation graphique d'une suite

Notions : Représentations graphiques (points alignés, droites), Sens de variation d'une suite arithmétique

On a représenté ci-dessous les cinq premiers termes d'une suite u : chaque point a pour coordonnées $(n; u_n)$.



1. Lire graphiquement u_0 et u_3 .
2. Justifier graphiquement que cette suite semble arithmétique, puis donner sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. Quel est le sens de variation de la suite u ? Justifier.
5. Calculer u_{12} . Pouvait-on lire cette valeur sur le graphique ? Quel est l'intérêt de la formule obtenue à la question 3 ?

Exercice 11 ★★★ Retrouver la raison et le premier terme

Notions : Terme de rang n (formule explicite)

1. Une suite arithmétique u vérifie $u_3 = 11$ et $u_7 = 23$.
 - a. Combien de fois ajoute-t-on la raison r pour passer de u_3 à u_7 ? En déduire une égalité reliant u_7 , u_3 et r .
 - b. En déduire la valeur de la raison r .
 - c. Calculer u_0 , puis exprimer u_n en fonction de n .
 - d. Calculer u_{20} .
2. Une suite arithmétique v vérifie $v_5 = 40$ et $v_{10} = 25$. En procédant de la même manière, déterminer la raison et le premier terme v_0 de cette suite. La suite v est-elle croissante ou décroissante ?

Exercice 12 ★★ Atteindre un objectif d'épargne

Notions : Problèmes de seuil

Léa possède 150 € sur son livret d'épargne. À la fin de chaque mois, elle y ajoute 35 €. On note u_n le montant, en euros, de ses économies au bout de n mois.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_n = 150 + 35n$.
2. Combien Léa possède-t-elle au bout de 6 mois ?
3. Léa souhaite s'offrir un vélo à 500 €. Traduire la phrase « ses économies atteignent 500 € » par une inéquation d'inconnue n , puis la résoudre. Au bout de combien de mois Léa pourra-t-elle acheter son vélo ?
4. Même question pour un objectif de 1 000 €.

Exercice 13 ★★★ La montée du niveau des océans

Notions : Reconnaître une croissance linéaire (discret / continu), Problèmes de seuil

Depuis l'année 2000, les mesures satellitaires montrent que le niveau moyen des océans monte d'environ 3,5 mm par an. On admet dans cet exercice un modèle linéaire : on note $N(x)$ l'élévation du niveau moyen des océans, en millimètres, x années après 2000, avec :

$$N(x) = 3,5x$$

1. La grandeur modélisée évolue-t-elle de façon discrète ou continue ? Pourquoi a-t-on choisi de la modéliser par une fonction plutôt que par une suite ?
2. Calculer l'élévation du niveau moyen prévue par ce modèle en 2026. Exprimer le résultat en millimètres puis en centimètres.
3. Selon ce modèle, à partir de quelle année (entière) l'élévation dépassera-t-elle 150 mm ? Justifier par la résolution d'une inéquation.
4. Ce modèle suppose que le niveau des océans monte au même rythme chaque année. Or les mesures récentes indiquent plutôt une accélération de la montée des eaux. Que penser alors de la prévision obtenue à la question 3 ?

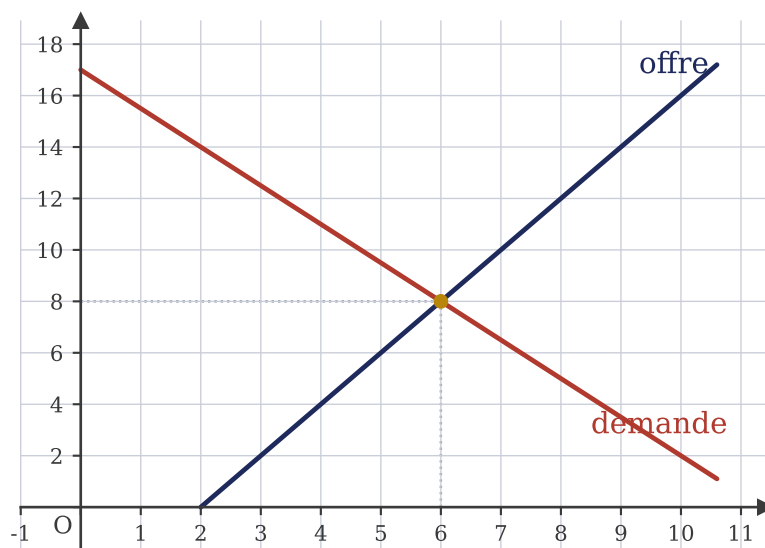
Exercice 14 ★★★ Offre et demande

Notions : Fonctions affines : coefficient directeur et variations, Représentations graphiques (points alignés, droites)

Sur un marché, pour un prix unitaire p (en euros), la quantité offerte par les producteurs et la quantité demandée par les consommateurs, en milliers d'unités, sont modélisées par les fonctions affines :

$$O(p) = 2p - 4 \quad (\text{pour } p \geq 2) \quad \text{et} \quad D(p) = -1,5p + 17$$

Ces deux fonctions sont représentées ci-dessous.



1. Lire graphiquement les quantités offerte et demandée pour un prix de 4 €. Ce prix est-il adapté au marché ?
2. Donner le sens de variation de chacune des deux fonctions et interpréter ces résultats du point de vue économique.
3. Le prix d'équilibre est le prix pour lequel la quantité offerte est égale à la quantité demandée. Déterminer ce prix par le calcul, ainsi que la quantité échangée correspondante.
4. Vérifier la cohérence du résultat de la question 3 avec le graphique.

Exercice 15 ★★★★★ Un barème d'impôt par tranches

Notions : Fonctions affines : coefficient directeur et variations

On étudie un barème d'impôt **simplifié et fictif**, à visée pédagogique (ce n'est pas le barème réel). L'impôt est calculé par tranches sur le revenu annuel :

- 0 % sur la partie du revenu inférieure à 10 000 € ;
- 10 % sur la partie du revenu comprise entre 10 000 € et 30 000 € ;
- 30 % sur la partie du revenu au-delà de 30 000 €.

On note $I(x)$ l'impôt dû, en euros, pour un revenu annuel de x euros.

1. Calculer l'impôt dû pour des revenus annuels de 8 000 €, de 25 000 € et de 40 000 €.
2. Justifier que, pour x appartenant à $]10\,000; 30\,000]$, on a $I(x) = 0,10x - 1\,000$. Déterminer de même l'expression de $I(x)$ pour x appartenant à $]30\,000; +\infty[$. Comment qualifier la fonction I ?
3. Pour un revenu de 40 000 € : donner le taux marginal (le taux appliqué à la dernière tranche) et calculer le taux moyen d'imposition $\frac{I(x)}{x}$. Expliquer la différence entre ces deux taux.
4. Vrai ou faux ? Justifier : « dès qu'on dépasse 30 000 € de revenu, on paie 30 % d'impôt sur tout le revenu ».

Exercice 16 ★★★★★ Synthèse — quelle salle de sport choisir ?

Notions : Reconnaître une croissance linéaire (discret / continu), Terme de rang n (formule explicite), Fonctions affines : coefficient directeur et variations, Problèmes de seuil

Deux salles de sport proposent des abonnements différents :

- la salle A demande 40 € de frais d'inscription, puis 25 € par mois ;
- la salle B ne demande aucun frais d'inscription, mais 32 € par mois.

On note a_n et b_n les coûts totaux, en euros, au bout de n mois d'abonnement dans la salle A et dans la salle B.

1. Calculer le coût de 3 mois d'abonnement dans chaque salle.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $a_n = 40 + 25n$ et $b_n = 32n$. Préciser la nature des deux suites ainsi définies. Pourquoi une suite (plutôt qu'une fonction) est-elle ici le bon outil de modélisation ?
3. Représenter dans un même repère les premiers termes des deux suites, c'est-à-dire les points de coordonnées $(n ; a_n)$ et $(n ; b_n)$ pour n allant de 0 à 8. Échelles conseillées : 1 cm pour 1 mois en abscisse, 1 cm pour 25 € en ordonnée.
4. À partir de combien de mois la salle A devient-elle la moins chère ? Traduire la question par une inéquation, puis la résoudre.
5. Vérifier numériquement le résultat de la question 4 en calculant a_5 , b_5 , a_6 et b_6 , puis interpréter concrètement la réponse.