

Devoir surveillé — Suites arithmétiques et fonctions affines

1re ens. sci. — 60 min

Durée : 60 min — Barème : 20 points. Calculatrice selon les consignes de l'énoncé. La rédaction et la clarté comptent.

Exercice 1 (5 points) — Une suite arithmétique

La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_0 = 12$ et, pour tout entier naturel n , par la relation :

$$u_{n+1} = u_n + 7$$

1. Calculer u_1 et u_2 . (1 pt)
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison. (1 pt)
3. Exprimer u_n en fonction de n . (1 pt)
4. Calculer u_{30} . (0,5 pt)
5. Donner le sens de variation de la suite (u_n) , en justifiant la réponse. (0,5 pt)
6. Existe-t-il un entier naturel n tel que $u_n = 180$? Justifier par un calcul. (1 pt)

Exercice 2 (5 points) — Location de vélos

Un loueur de vélos facture chaque location de la façon suivante : un forfait fixe de 3 €, auquel s'ajoutent 1,50 € par heure de location. Une location peut durer une durée quelconque, pas forcément un nombre entier d'heures.

On note $f(x)$ le prix, en euros, d'une location de x heures. On a donc, pour tout $x \geq 0$:

$$f(x) = 1,5x + 3$$

1. Calculer le prix payé pour une location de 2 heures, puis pour une location de 3 h 30 min. (1,5 pt)
2. Quelle est la nature de la fonction f ? Donner son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine, puis interpréter chacun de ces deux nombres dans le contexte de l'exercice. (1,5 pt)
3. Un client a payé 12 € : combien de temps a duré sa location ? Justifier par la résolution d'une équation. (1 pt)
4. La grandeur « durée de location » est-elle discrète ou continue ? Expliquer pourquoi on a choisi de modéliser cette situation par une fonction plutôt que par une suite. (1 pt)

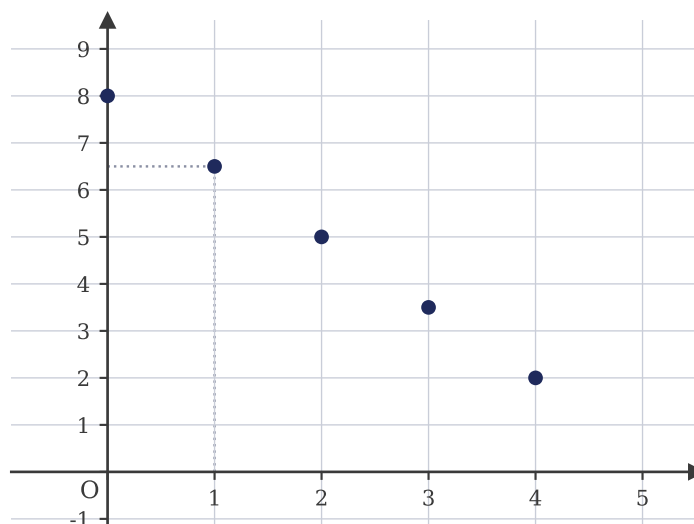
Exercice 3 (6 points) — Un plan d'épargne

Zoé ouvre un livret d'épargne avec un dépôt initial de 1 200 €. Elle décide ensuite d'y déposer 30 € à la fin de chaque mois. On note $c(n)$ le montant, en euros, présent sur le livret au bout de n mois. Ainsi $c(0) = 1\,200$.

1. Donner les valeurs de $c(0)$, $c(1)$ et $c(2)$. (1 pt)
2. Exprimer $c(n+1)$ en fonction de $c(n)$. En déduire la nature de la suite $(c(n))$ en précisant sa raison. (1,5 pt)
3. Exprimer $c(n)$ en fonction de n . (1 pt)
4. Quel montant y a-t-il sur le livret au bout d'un an ? (0,5 pt)
5. Zoé souhaite disposer d'au moins 1 500 € sur son livret. Traduire cette condition par une inéquation d'inconnue n , la résoudre, puis conclure par une phrase. (1,5 pt)
6. La grandeur modélisée par la suite $(c(n))$ est-elle discrète ou continue ? Justifier. (0,5 pt)

Exercice 4 (4 points) — Lecture graphique

On a représenté graphiquement ci-dessous les cinq premiers termes d'une suite (w_n) : chaque point a pour coordonnées $(n; w_n)$.



1. Lire graphiquement w_0 et w_2 . (1 pt)
2. Expliquer pourquoi ces points suggèrent que la suite (w_n) est arithmétique, et donner sa raison. (1 pt)
3. Exprimer w_n en fonction de n , puis donner le sens de variation de la suite (w_n) en justifiant. (1 pt)
4. À partir de quel rang n a-t-on $w_n < 0$? Justifier par un calcul. (1 pt)